

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \vee q \rightarrow p \wedge q$
V	V	V	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	F	V



TABELA VERDADE

por: André Aparecido da Silva

Disponível em: <http://www.oxnar.com.br/aulas/logica>



Normalmente, as proposições são representadas por letras minúsculas (p, q, r, s, etc). São outros exemplos de proposições:

p: Barbara é médica

q: $5 > 8$

r: Luíza foi ao cinema ontem à noite.



Tabela verdade,

Tabela de verdade ou **tabelaveritativa** é um tipo de **tabela** matemática usada em lógica para determinar se uma fórmula é válida ou se um sequente é correto.



Na linguagem do raciocínio lógico, ao afirmarmos que é verdade que Barbara é médica (proposição p acima), representaremos isso apenas com: $VL(p)=V$, ou seja, o valor lógico de p é verdadeiro. No caso da proposição q , que é falsa, diremos $VL(q)=F$.



Haverá alguma proposição que possa, ao mesmo tempo, ser verdadeira e falsa?

Não! Jamais! E por que não?

Porque o Raciocínio Lógico, como um todo, está sedimentado sobre alguns princípios, muito fáceis de entender, e que terão que ser sempre obedecidos.



Uma proposição verdadeira é verdadeira;
uma proposição falsa é falsa. (Princípio da
identidade);



Nenhuma proposição poderá ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo. (Princípio da NãoContradição);



Uma proposição ou será verdadeira, ou será falsa: não há outra possibilidade. (Princípio do Terceiro Excluído).



Proposições podem ser ditas simples ou compostas. Serão proposições simples aquelas que vêm sozinhas, desacompanhadas de outras proposições. Nada mais fácil de ser entendido.



EXEMPLOS DE PROPOSIÇÕES SIMPLES

Exemplos:

Todo homem é mortal.

O novo papa é argentino.

Exemplos:



- * Barbara é médica **e** Jean é dentista.
- * Maria vai ao cinema **ou** Paulo vai ao circo.
- * Ou Adonira é carioca, **ou** é paulista.

Exemplos:



Se chover amanhã de manhã, **então** não irei à praia.

Comprarei uma mansão **se e somente se** eu ganhar na loteria.



Nas sentenças acima, vimos em destaque os vários tipos de conectivos – ditos conectivos lógicos – que poderão estar presentes em uma proposição composta.



Conectivos Lógicos são expressões que servem para unir duas ou mais proposições. Estudaremos cada um deles a seguir, uma vez que é de nosso interesse conhecer o valor lógico das proposições compostas.



$\sim$	Não
$\wedge$	e
$\vee$	ou
$\longrightarrow$	se... então
$\longleftrightarrow$	se e somente se
$ $	tal que
$\Rightarrow$	implica
$\Leftrightarrow$	equivalente
$\exists$	existe
$\exists $	existe um e somente um
$\forall$	qualquer que seja



Conectivo “e”: (conjunção)

Proposições compostas em que está presente o conectivo “e” são ditas **CONJUNÇÕES**. Simbolicamente, esse conectivo pode ser representado por “ $\wedge$ ”. Então, se temos a sentença:



Conectivo “e”: (conjunção)

□ “Marcos é médico e Maria é estudante”

... poderemos representá-la apenas por:
 $p \wedge q$. onde: p = Marcos é médico
e q = Maria é estudante.



Como se revela o valor lógico de uma proposição **conjuntiva**?

Da seguinte forma: uma **conjunção** só será verdadeira, se ambas as proposições componentes forem também verdadeiras.



p	q	$p \wedge q$	
0	0	0	
0	1	0	
1	0	0	
1	1	1	



Quando o conector é o “e”

Pensando pelo caminho inverso, teremos que basta que uma das proposições componentes seja falsa, e a conjunção será – toda ela – falsa



Quando o conector é o “e”

Obviamente que o resultado falso também ocorrerá quando ambas as proposições componentes forem falsas. Essas conclusões podem ser resumidas em uma pequena tabela. Trata-se da tabelaverdade, de fácil construção e de fácil entendimento



TABELA VERDADE

Marcos é médico	Maria é estudante	Marcos é médico e Maria é estudante
p	q	$p \wedge q$
V	V	V

Se for verdade apenas que *Marcos é médico*, mas falso que *Maria é estudante*, teremos:

Marcos é médico	Maria é estudante	Marcos é médico e Maria é estudante
p	q	$p \wedge q$
V	F	F



Por outro lado, se for verdadeiro que *Maria é estudante*, e falso que *Marcos é médico*, teremos:

Marcos é médico	Maria é estudante	Marcos é médico e Maria é estudante
p	q	$p \wedge q$
F	V	F

Enfim, se ambas as sentenças simples forem falsas, teremos que:

Marcos é médico	Maria é estudante	Marcos é médico e Maria é estudante
p	q	$p \wedge q$
F	F	F



Ora, as quatro situações acima esgotam todas as possibilidades para uma conjunção. Fora disso não há outras! Criamos, portanto, a tabela-verdade que representa uma conjunção, ou seja, a tabela-verdade para uma proposição composta com a presença do conectivo “e”. Teremos:



$$p \wedge q$$

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F



É preciso que a informação constante da terceira coluna (em destaque) fique guardada em nossa memória: **uma conjunção só será verdadeira, quando ambas as partes que a compõem também forem verdadeiras. E falsa nos demais casos.**



É preciso que a informação constante da terceira coluna (em destaque) fique guardada em nossa memória: uma conjunção só será verdadeira, quando ambas as partes que a compõem também forem verdadeiras. E falsa nos demais casos.



Uma maneira de assimilar bem essa informação seria pensarmos nas sentenças simples como promessas de um pai a um filho: “eu te darei uma bola E te darei uma bicicleta”. Ora, pergunte a qualquer criança!



Ora, pergunte a qualquer criança! Ela vai entender que a promessa é para os dois presentes. Caso o pai não dê nenhum presente, ou dê apenas um deles, a promessa não terá sido cumprida. Terá sido falsa! No entanto, a promessa será verdadeira se as duas partes forem também verdadeiras!



Na hora de formar uma tabela-verdade para duas proposições componentes (p e q), saberemos, de antemão, que essa tabela terá quatro linhas. Começaremos, então, fazendo a seguinte estrutura:

p	q



Daí, a coluna da primeira proposição terá sempre a seguinte disposição: dois (V) “vês” seguidos de dois (F) “efes”. Assim:

p	q
V	
V	
F	
F	



Enquanto a variação das letras (V e F) para a premissa p ocorre de duas em duas linhas, para a premissa q é diferente: “vês” (V) e “efes” (F) se alternando a cada linha, começando com um V. Assim:

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F



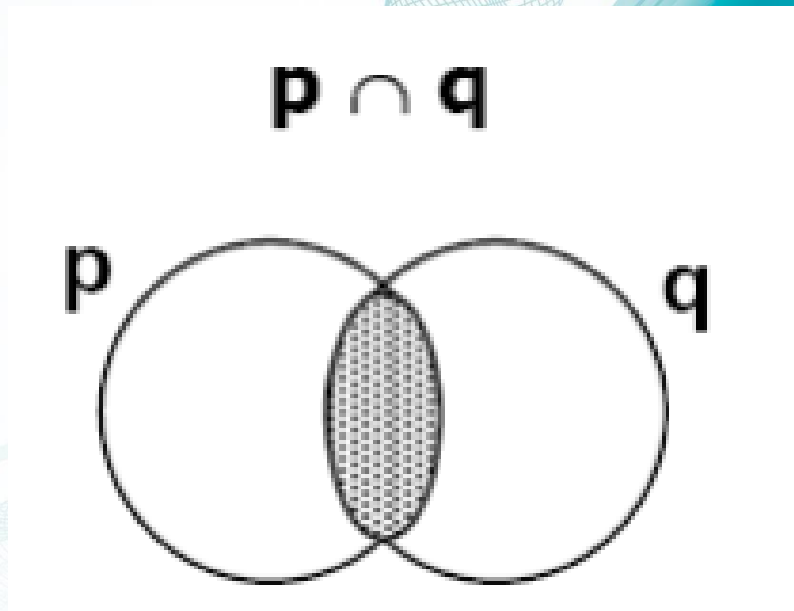
Essa estrutura inicial é sempre assim, para tabelas-verdade de duas proposições p e q . A terceira coluna dependerá do conectivo que as une, e que está sendo analisado.



p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F



Se as proposições p e q forem representadas como conjuntos, por meio de um diagrama, a conjunção “ p e q ” corresponderá à interseção do conjunto p com o conjunto q . Teremos:





Conectivo “ou”: (disjunção)

Recebe o nome de DISJUNÇÃO toda proposição composta em que as partes estejam unidas pelo conectivo ou. Simbolicamente, representaremos esse conectivo por “ $\vee$ ”. Portanto, se temos a sentença:

“Marcos é médico ou Maria é estudante” ...
então a representaremos por: $p \vee q$



Conectivo “ou”: (disjunção)

Seremos capazes de criar uma tabela-verdade para uma proposição disjuntiva? Claro! Basta nos lembrarmos da tal promessa do pai para seu filho! Vejamos: “eu te darei uma bola OU te darei uma bicicleta”



” Neste caso, a criança já sabe, de antemão, que a promessa é por apenas um dos presentes! Bola ou bicicleta! ganhando de presente apenas um deles, a promessa do pai já valeu! Já foi verdadeira!



Daí, concluimos: uma disjunção será falsa quando as duas partes que a compõem forem ambas falsas! E nos demais casos, a disjunção será verdadeira!

Teremos as possíveis



Te darei uma bola	Te darei uma bicicleta	Te darei uma bola ou te darei uma bicicleta
p	q	$p \vee q$
V	V	V

Ou:

Te darei uma bola	Te darei uma bicicleta	Te darei uma bola ou te darei uma bicicleta
p	q	$p \vee q$
V	F	V

Ou:

Te darei uma bola	Te darei uma bicicleta	Te darei uma bola ou te darei uma bicicleta
p	q	$p \vee q$
F	V	V

Te darei uma bola	Te darei uma bicicleta	Te darei uma bola ou te darei uma bicicleta
p	q	$p \vee q$
F	F	F

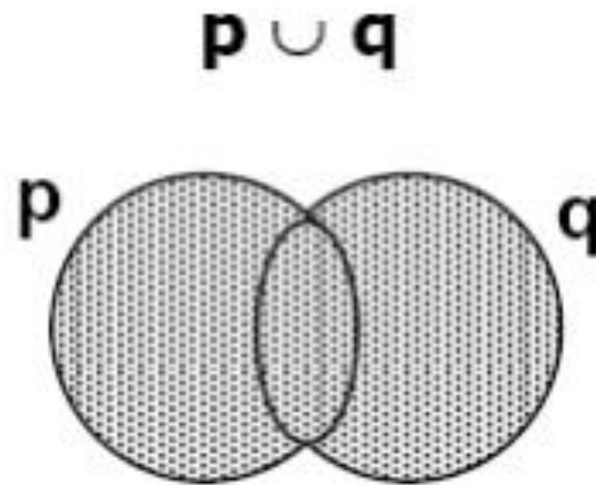
JUNTANDO TUDO TEMOS



p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F



Se as proposições p e q forem representadas como conjuntos por meio de um diagrama, a disjunção “ p ou q ” corresponderá à união do conjunto p com o conjunto q ,



Conectivo “Ou ... ou ...”: (disjunção exclusiva)



Há um terceiro tipo de proposição composta, bem parecido com a disjunção que acabamos de ver, mas com uma pequena diferença. Comparemos as duas sentenças abaixo:

Conectivo “Ou ... ou ...”: (disjunção exclusiva)



Há um terceiro tipo de proposição composta, bem parecido com a disjunção que acabamos de ver, mas com uma pequena diferença. Comparemos as duas sentenças abaixo:

Conectivo “Ou ... ou ...”: (disjunção exclusiva)



Comparemos as duas sentenças abaixo:

*“Te darei uma bola **OU** te darei uma bicicleta”*

*“**OU** te darei uma bola **OU** te darei uma bicicleta”*



DISJUNÇÃO EXCLUSIVA

A diferença é sutil, mas importante. Reparemos que na primeira sentença vê-se facilmente que se a primeira parte for verdade (te darei uma bola), isso não impedirá que a segunda parte (te darei uma bicicleta) também o seja.



DISJUNÇÃO EXCLUSIVA

Já na segunda proposição, se for verdade que “te darei uma bola”, então teremos que não será dada a bicicleta. E vice-versa, ou seja, se for verdade que “te darei uma bicicleta”, então teremos que não será dada a bola



O símbolo que designa a disjunção exclusiva é o "V". E a tabela-verdade será, pois, a seguinte:

p	q	$p \underline{V} q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Conectivo “Se ... então ...”: (condicional)



Estamos agora falando de proposições
como as que se seguem:

- Se Pedro é médico, então Maria é dentista.
- Se amanhecer chovendo, então não irei à praia



Percebam, pois, que se alguém disser que: *“Pedro ser rico é condição suficiente para Maria ser médica”*, então nós podemos reescrever essa sentença, usando o *formato* da condicional. Teremos:

- *“Pedro ser rico é condição suficiente para Maria ser médica”* é igual a:
- *“Se Pedro for rico, então Maria é médica”*



Por outro lado, se ocorrer de alguém dizer que: *“Maria ser médica é condição necessária para que Pedro seja rico”*, também poderemos traduzir isso de outra forma:

- *“Maria ser médica é condição necessária para que Pedro seja rico”* é igual a:
- *“Se Pedro for rico, então Maria é médica”*

Não podemos, pois esquecer disso:

- Uma **condição suficiente** gera um **resultado necessário**.



A sentença condicional “Se p , então q ” será representada por uma seta: $p \rightarrow q$.

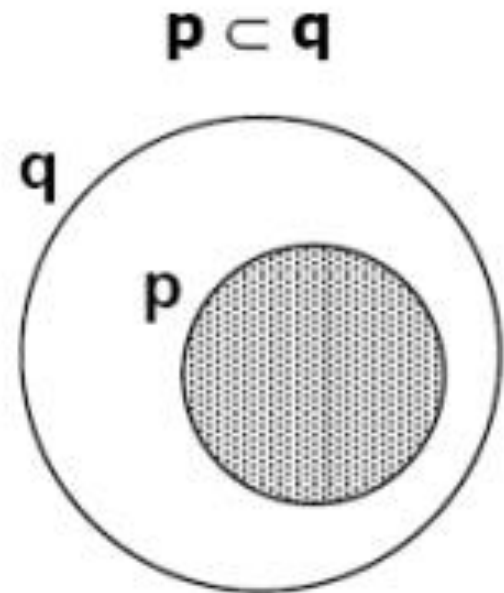
Na proposição “Se p , então q ”, a proposição p é denominada de antecedente, enquanto a proposição q é dita conseqüente. Teremos:

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Se as proposições p e q forem representadas como conjuntos, por meio de um diagrama, a



Se as proposições p e q forem representadas como conjuntos, por meio de um diagrama, a proposição condicional “Se p então q ” corresponderá à inclusão do conjunto p no conjunto q (p está contido em q):



Conectivo “ ... se e somente se ...”: (bicondicional)



A estrutura dita bicondicional apresenta o conectivo “se e somente se”, separando as duas sentenças simples. Trata-se de uma proposição de fácil entendimento. Se alguém disser:

Conectivo “ ... se e somente se ...”: (bicondicional)



*“Eduardo fica alegre **se e somente se** Mariana sorri”.*

É o mesmo que fazer a conjunção entre as duas proposições condicionais:

- *“Eduardo fica alegre **somente se** Mariana sorri **e** Mariana sorri **somente se** Eduardo fica alegre”.*

Ou ainda, dito de outra forma:

- *“Se Eduardo fica alegre, então Mariana sorri **e** se Mariana sorri, então Eduardo fica alegre”.*



A bicondicional é uma conjunção entre duas condicionais. Haverá duas situações em que a bicondicional será verdadeira: quando antecedente e conseqüente forem ambos verdadeiros, ou quando forem ambos falsos.



Nos demais casos, a bicondicional será falsa. Sabendo que a frase “p se e somente se q” é representada por “ $p \leftrightarrow q$ ”, então nossa tabelaverdade será a seguinte:

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

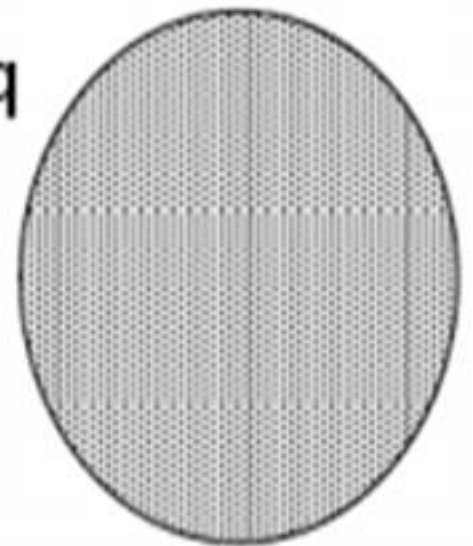
REPRESENTAÇÃO PELO DIAGRAMA



Se as proposições p e q forem representadas como conjuntos, por meio de um diagrama, a proposição bicondicional “ p se e somente se q ” corresponderá à igualdade dos conjuntos p e q .

“ $p \leftrightarrow q$ ” é a mesma coisa que “ $(p \rightarrow q)$ e $(q \rightarrow p)$ ”

$p = q$





Partícula “ não”: (negação)

Veremos algo de suma importância: como negar uma proposição. No caso de uma proposição simples, não poderia ser mais fácil: basta pôr a palavra não antes da sentença, e já a tornamos uma negativa.



Partícula “ não”: (negação)

Exemplos:

João é médico. Negativa: João não é médico.
o Maria é estudante. Negativa: Maria não é estudante



A tabela-verdade da negação é mais simplificada que as demais já vistas. Teremos:

p	$\sim p$
V	F
F	V

Podem-se empregar, também, como equivalentes de "**não A**", as seguintes expressões:

- *Não é verdade que A.*
- *É falso que A.*

Equivalência Lógica

Dupla Negação

$\sim(\sim p)$

é equivalente a

p



PREENCHA A TABELA COM OS VALORES FALTANTES

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim (p \wedge \sim q)$
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

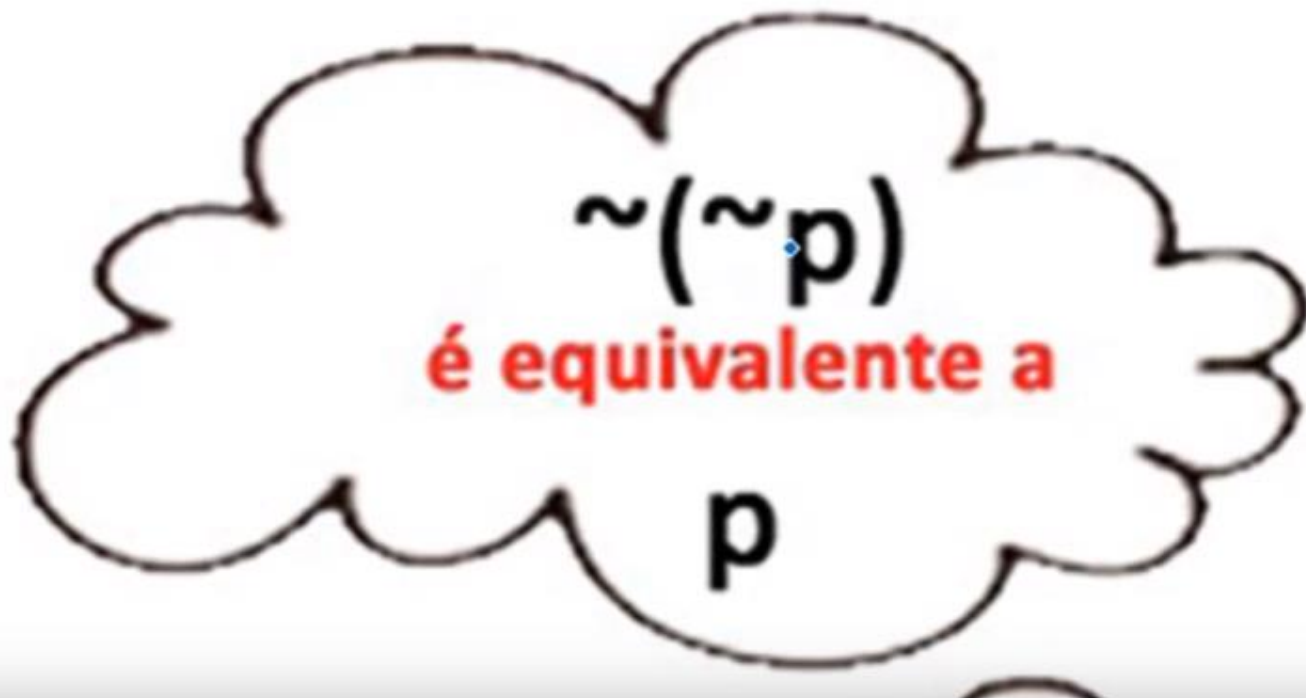
Considere as proposições: p = "Maringá é uma cidade", q = "Pedro gosta de viajar". Assinale a alternativa que corresponde à proposição

$(p \rightarrow \sim q)$

- ☐ A "Maringá é uma cidade ou Pedro gosta de viajar".
- ☐ B "Maringá é uma cidade e Pedro não gosta de viajar".
- ☒ C "Se Maringá é uma cidade então Pedro não gosta de viajar".
- ☐ D "Se Maringá não é uma cidade então Pedro gosta de viajar".
- ☐ E "Maringá é uma cidade ou Pedro não gosta de viajar".

Responder

DUPLA NEGAÇÃO EQUIVALE A AFIRMAÇÃO



Decorando as Equivalência Lógicas

$(p \rightarrow q)$
é equivalente a
 $(\sim p \vee q)$

$(p \rightarrow q)$
é equivalente a
 $(\sim q \rightarrow \sim p)$

$\sim(p \vee q)$
é equivalente a
 $(\sim p \wedge \sim q)$

$\sim(p \wedge q)$
é equivalente a
 $(\sim p \vee \sim q)$

$\sim(\sim p)$
é equivalente a
 p

$\sim(p \rightarrow q)$
é equivalente a
 $(p \wedge \sim q)$



